



# IIO – 2ª aula

**Ruy Costa**

**Dep. Matemática - Gab. 14 - 3º Piso**

**[ryac@fct.unl.pt](mailto:ryac@fct.unl.pt)**



# Utilização de Variáveis Binárias na Formulação de Problemas de PLMista

## 5 – Ativação de uma entre duas restrições

$$\begin{array}{l} \text{Ou} \quad 3 \cdot X + 2 \cdot Y \leq 18, \\ \text{ou} \quad X + 4 \cdot Y \leq 16. \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot X + 2 \cdot Y \leq 18 + M \cdot Z \\ X + 4 \cdot Y \leq 16 + M \cdot (1 - Z) \\ Z \in \{0; 1\} \end{cases}$$

Disjunção **EXCLUSIVA**

Se  $Z = 0$ ,  $3 \cdot X + 2 \cdot Y \leq 18$ .

Se  $Z_i = 1$ ,  $X + 4 \cdot Y \leq 16$ .

Nota: Se uma **restrição** for do tipo " $\geq$ ", a parcela  $M \cdot Z$  ( ou,  $M \cdot (1 - Z)$  ) deverá ser subtraída ao segundo membro da desigualdade.



# Utilização de Variáveis Binárias na Formulação de Problemas de PLMista

## 5 – Disjunção de duas restrições

$$\begin{array}{l} 3 \cdot X + 2 \cdot Y \leq 18 \quad , \\ \text{ou} \\ X + 4 \cdot Y \leq 16 \quad . \end{array} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot X + 2 \cdot Y \leq 18 + M \cdot Z_1 \\ X + 4 \cdot Y \leq 16 + M \cdot Z_2 \\ Z_1 + Z_2 \leq 1 \\ Z_1, Z_2 \in \{0; 1\} \end{array} \right.$$

Disjunção NÃO EXCLUSIVA



# Utilização de Variáveis Binárias na Formulação de Problemas de PLMista

## 8 – Implicação de restrições

a	$\Rightarrow$	b
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

$$a \Rightarrow b \Leftrightarrow \sim a \vee b$$

Se (  $X + Y > 10$  ), então (  $3X + 2Y \geq 30$  ) .

$\Leftrightarrow$  (  $X + Y \leq 10$  ), ou (  $3X + 2Y \geq 30$  ) .

$$X + Y \leq 10 + M \cdot Z_1$$

$$3X + 2Y \geq 30 - M \cdot Z_2$$

$$X, Y \geq 0$$

$$Z_1 + Z_2 \leq 1$$

$$Z_1, Z_2 \in \{0; 1\}, \quad M \text{ positivo muito elevado}$$



# Utilização de Variáveis Binárias na Formulação de Problemas de PLMista

## 8 – Implicação de restrições

$$a \Rightarrow b \Leftrightarrow \sim a \vee b$$

Se (  $X + Y > 10$  ), então (  $T \geq 3 \wedge W \leq 5$  ).

$$\left\{ \begin{array}{l} X + Y \leq 10 + M \cdot Z_1 \\ T \geq 3 - M \cdot Z_2 \\ W \leq 5 + M \cdot Z_2 \\ Z_1 + Z_2 \leq 1 \\ X, Y, T, W \geq 0 \\ Z_1, Z_2 \in \{0; 1\} \end{array} \right.$$



# Utilização de Variáveis Binárias na Formulação de Problemas de PLMista

## 8 – Implicação de restrições

$$\left\{ \begin{array}{l} X + Y \leq 10 + M \cdot Z_1 \\ T \geq 3 - M \cdot Z_2 \\ W \leq 5 + M \cdot Z_2 \\ Z_1 + Z_2 \leq 1 \\ X, Y, T, W \geq 0 \\ Z_1, Z_2 \in \{0; 1\} \end{array} \right.$$

Podemos ter  $Z_1 = Z_2 = 0$ , ou seja,  $\sim a$  Verdadeiro e  $b$  Verdadeiro  $F \Rightarrow V$  o que é verdadeiro!

Podemos ter  $Z_1 = 1$  e  $Z_2 = 0$ , ou seja não sabemos se  $\sim a$  é  $V$  ou  $F$ , mas sabemos que  $b$  é Verdadeiro  $? \Rightarrow V$ , o que é Verdadeiro!

Podemos, finalmente, ter  $Z_1 = 0$  e  $Z_2 = 1$ , ou seja  $\sim a$   $V$  e não sabemos se  $b$  é  $V$  ou  $F$ , i.e.,  $F \Rightarrow ?$ , o que é verdadeiro!

Só não poderíamos ter, nem temos,  $V \Rightarrow F$ , o que seria Falso!